



Deterministic algorithms for some global optimization problems

著者	永井 秀稔
内容記述	Thesis (Ph. D. in Engineering)--University of Tsukuba, (A), no. 3953, 2006.3.24 Includes bibliographical references
発行年	2006
URL	http://hdl.handle.net/2241/18197

【121】

氏 名（本籍）	^{なが} 永 ^い 井 ^{ひで} 秀 ^{とし} 稔（愛 知 県）		
学 位 の 種 類	博 士（工 学）		
学 位 記 番 号	博 甲 第 3953 号		
学位授与年月日	平成 18 年 3 月 24 日		
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当		
審 査 研 究 科	システム情報工学研究科		
学 位 論 文 題 目	Deterministic Algorithms for Some Global Optimization Problems (大域的最適化問題に対する確定的算法の研究)		
主 査	筑波大学教授	理学博士	大 保 信 夫
副 査	筑波大学教授	Ph. D. (Computer Science)	田 中 二 郎
副 査	筑波大学教授	工学博士	山 本 芳 嗣
副 査	筑波大学助教授	工学博士	吉 瀬 章 子
副 査	筑波大学助教授	工学博士	久 野 誉 人

論 文 の 内 容 の 要 旨

本論文では、凸性を満たさない最適化問題の典型である凹最小化問題と逆凸計画問題が議論されており、これらの大域的最適解を効率よく厳密に生成するためのアルゴリズムが提案されている。凹最小化問題は、線形不等式系が定義する実行可能領域上で非線形凹関数の最小化を目的とする問題であり、また逆凸計画問題は、凸計画問題に非線形凸関数を一定値以上に拘束する逆凸制約の付加された問題である。どちらの問題にも一般に複数の局所最適解が存在し、そのほとんどが大域的には最適でないため、商用の最適化コードなどで大域的最適解の得られる保証はない。

凹最小化問題の大域的最適解を求めるために本論文が用いるアプローチは、整数計画問題の厳密解法として知られる分枝限定法である。凹最小化問題へ適用する場合、通常は実行可能領域を含む単体を再帰的に分割し、分割された各単体と元の実行可能領域との積集合上で目的関数を下方から緩和する線形関数の最小化が逐次実行される。この線形緩和問題はシンプレックス法などで短時間に処理できるが、その最適値は凹最小化問題の下界値となり、緩和問題達の与える下界値の最大値が凹最小化問題の最適値となる。

提案された分枝限定法の特徴は、分割単体を単純な上下限制約や全空間に拡張して緩和問題が定義されている点にある。この方法によると、元の凹最小化問題にネットワーク構造や低ランク非凸性などの実社会に頻出する好ましい特殊構造がある場合、同じ構造を緩和問題にも持たせることができ、その処理効率は格段に向上する。しかし、一方、得られる下界値は劣化するので、通常よりも多くの緩和問題を処理しなければならない危険もある。この弱点を克服するため、ラグランジュ緩和を基礎とする下界値強化手続きが導入されている。この手続きは、凹関数の最小化を必要とするが、関数値さえ単位時間で与えられれば分割単体の端点を列挙することで多項式時間のうちに処理することが可能である。

逆凸計画問題に対しても、凹最小化問題に準じた分枝限定法によるアプローチが提案されている。この分枝限定法では、実行可能領域を包含する凸多面錐に再帰的な分割が施され、各分割錐上で逆凸制約を線形に近似して緩和問題が定義される。凹最小化の場合と同様、元の問題と同じ構造を緩和問題に持たせるため、

緩和問題の解が含まれる上下限制約に凸多面錐を置き換える工夫がなされている。危惧される下界値の劣化は代理制約によって緩和した逆凸計画問題を解くことで補われるが、この下界値強化手続きにかかる手間は逆凸制約を定める凸関数の値が単位時間で与えられれば多項式時間に過ぎない。

凹最小化問題、逆凸計画問題のそれぞれに提案されたアルゴリズムの大域的最適解への収束性は理論的に示されている。いずれもコード化されて既存のアルゴリズムとの比較実験が行われ、ともに良好な結果が報告されている。また、凹最小化問題に関してはネットワーク構造のある問題についても詳しく議論が及んでおり、緩和問題をネットワーク流アルゴリズムで高速に処理するアルゴリズムが提案されている。このアルゴリズムもコード化され、やはり良好な計算実験の結果を収めている。

審 査 の 結 果 の 要 旨

実用上は発見的に処理されることの多い非凸最適化問題であるが、化学プロセスの設計や運用などで大域的に最適化されなければ期待する成果物の得られないこともあり、また一旦は凸計画として定式化された問題であっても、より精密なモデル化で非凸性の現れることも稀でない。本論文の提案する大域的最適化アルゴリズムが有する応用上の価値は、ハードウェアの高速化とともに今後ますます重要になることが予想される。特に、緩和問題の実行可能領域を拡張することで元の問題に想定される特殊構造を保存する工夫、それに伴って劣化する下界値を強化する非凸最適化問題の多項式時間処理など、理論的に評価できる点が多い。これまでの大域的最適化の研究は理論的な収束性の証明に重点が置かれており、計算実験による実用性の検証は必ずしも十分に行われているとはいえない。その観点からも、既存アルゴリズムの性能を経験的に明らかにし、これを上回る性能のアルゴリズムの存在を実証した点は非常に高く評価できる。

よって、著者は博士（工学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。